Correction de l'exercice 1.

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 3x$$

1) f est une fonction polynôme définie sur $\mathbb{R}$ donc

$$\boxed{\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (x^4) = +\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} (x^4) = +\infty \end{array}}$$

2) f est une fonction polynôme donc elle est dérivable sur $\mathbb{R}$.

Pour tout x de $\mathbb{R}$ on a

$$f'(x) = 4x^3 - 4 \times 3x^2 + \frac{11}{2} \times 2x - 3$$
$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 11x - 3$$

$$\begin{aligned}(x-1)(4x^2 - 8x + 3) &= 4x^3 - 8x^2 + 3x - 4x^2 + 8x - 3 \\ &= 4x^3 - 12x^2 + 11x - 3 \\ &= f'(x)\end{aligned}$$

donc on a bien

$$\boxed{f'(x) = (x-1)(4x^2 - 8x + 3)}$$

Pour connaître les variations de f, nous étudions le signe de $f'(x)$

- $x - 1 = 0 \iff x = 1$

- $4x^2 - 8x + 3 = 0$ $\quad \Delta = (-8)^2 - 4 \times 4 \times 3$

$\Delta = 64 - 48 = 16$

$\Delta > 0$ donc le trinôme admet deux racines

$$x_1 = \frac{-(-8) - \sqrt{16}}{2 \times 4} = \frac{8-4}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \qquad x_2 = \frac{8+4}{8} = \frac{3}{2}$$