

# Corrigés de la fiche "éléments de symétrie d'une courbe"

## Exemple - axe de symétrie

Méthode 1  $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}$  sur  $\mathbb{R} - \{-2; 0\}$

Démontrer que la droite d'équation  $x = -1$  est axe de symétrie de la courbe (C)

soit  $x$  tel que  $(-1+x) \in \mathcal{D}_f$   $-1+x \neq -2$   $-1+x \neq 0$   
 $x \neq -1$   $x \neq 1$

pour  $x \neq -1$  et  $x \neq 1$

$$-1-x \neq -2 \quad \text{et} \quad -1-x \neq 0$$

$$\text{donc } -1-x \in \mathbb{R} - \{-2; 0\}$$

①  $\boxed{\text{si } (-1+x) \in \mathcal{D}_f \text{ alors } (-1-x) \in \mathcal{D}_f}$

$$f(-1+x) = \frac{1}{-1+x} - \frac{1}{-1+x+2}$$

$$f(-1+x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$$

en remplaçant  $x$  par  $(-x)$  dans ce calcul on obtient

$$\begin{aligned} f(-1-x) &= \frac{1}{-x-1} - \frac{1}{-x+1} \\ &= -\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \end{aligned}$$

on a bien

②  $\boxed{\text{pour tout } x \text{ tel que } (-1+x) \in \mathcal{D}_f \text{ donc } x \in \mathbb{R} - \{-1; 1\}}$   
on a  $f(-1+x) = f(-1-x)$

donc

d'après ① et ②, (C) admet bien la droite verticale d'équation  $x = -1$  comme axe de symétrie

## Méthode 2 :

• si  $x \in \mathcal{D}_f$   $x \neq -2$  et  $x \neq 0$

$$2 \times (-1) - x = -2 - x \quad -x \neq 0$$

$$-2 + x \neq -2 + 2 \quad -2 - x \neq -2$$

$$-2 - x \neq 0$$

donc  $-2 - x \in \mathcal{D}_f$

① si  $x \in \mathcal{D}_f$  alors  $-2 - x \in \mathcal{D}_f$

$$\begin{aligned} f(2 \times (-1) - x) &= f(-2 - x) = \frac{1}{-2 - x} - \frac{1}{-2 - x + 2} \\ &= \frac{1}{-2 - x} - \frac{1}{-x} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{2 + x} = f(x) \end{aligned}$$

② pour tout  $x \in \mathcal{D}_f$   $f(-2 - x) = f(x)$

d'après ① et ② on peut dire que la droite verticale d'équation  $x = -1$  est axe de symétrie de la courbe (C)

