

Exercice 43

Cet exercice se fait en observant le tableau de variations de f .

f est continue sur \mathbb{R} .

x	$-\infty$	-3	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	-5	1	0

Diagram showing the variation of $f(x)$ across intervals: $]-\infty; -3[$ (decreasing from $+\infty$ to -5), $]-3; \sqrt{2}[$ (increasing from -5 to 1), and $]\sqrt{2}; +\infty[$ (decreasing from 1 to 0).

a) $f(x) = -2$ admet 2 solutions
l'une sur $]-\infty; -3[$
l'autre sur $]-3; \sqrt{2}[$

justification :

- sur $]-\infty; -3[$, f strictement décroissante et a valeurs dans $]-5; +\infty[$, $-2 \in]-5; +\infty[$
- sur $]-3; \sqrt{2}[$, f est strictement croissante et a valeurs dans $]-5; 1[$, $-2 \in]-5; 1[$
- sur $]\sqrt{2}; +\infty[$, f est strictement décroissante a valeurs dans $]0; 1[$ et $-2 \notin]0; 1[$

b) $f(x) = 0$ admet également 2 solutions
l'une sur $]-\infty; -3[$ et l'autre sur $]-3; \sqrt{2}[$

c) $f(x) = \frac{1}{2}$ admet 3 solutions
l'une sur $]-\infty; -3[$
la deuxième sur $]-3; \sqrt{2}[$
la troisième sur $]\sqrt{2}; +\infty[$

les justifications pour b) et c) sont similaires à celles du a)