Exercice 45 page 53

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$

a) f est une fonction polynôme dérivable sur $\mathbb{R}$

$f'(x) = 6x^2 - 6x = 6x(x-1)$

f' est une fonction du second degré ayant pour racines 0 et 1

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

b) pour compléter le tableau de variations calculons les limites et les images

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (2x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} (2x^3) = +\infty$$

$f(0) = -1$ $\qquad$ $f(1) = 2 - 3 - 1 = -2$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

c) sur $]-\infty ; 1]$, le maximum est -1 donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution dans cet intervalle sur $]1;+\infty[$ f est continue, strictement croissante à valeurs dans $]-2;+\infty[$, $0 \in]-2;+\infty[$ donc d'après le théorème de la valeur intermédiaire, il existe une unique valeur α dans $]1;+\infty[$ tel que $f(\alpha)=0$.

Donc sur $\mathbb{R}$, l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α.

) $f(1,67) \simeq -0,051774$
$f(1,68) \simeq 0,016064$

donc $0 \in]f(1,67); f(1,68)[$
on en déduit que $1,67 < \alpha < 1,68$.